ENRICO BIAGI

COMPORTAMENTO TERMICO DEI CAVI

Il dimensionamento di un cavo in regime variabile va fatto con oculatezza. Se infatti la scelta viene fatta prendendo come riferimento la corrente più elevata, si ottiene certamente un funzionamento "sicuro", ma nel contempo si ha uno scarso sfruttamento del cavo. Se la scelta viene fatta prendendo come riferimento una corrente intermedia fra quella più alta e quella più bassa, il cavo viene maggiormente sfruttato ma c'è il rischio che funzioni in condizioni "non sicure", cioè con temperature più elevate di quella massima consentita. Un modo per verificare se ciò accadrà è quello di esaminare il comportamento termico del cavo.

L'articolo si occupa di questo: il comportamento termico di un cavo viene analizzato prima analiticamente e quindi graficamente attraverso un programma in BASIC che fornisce l'andamento delle sovratemperature.

1 - RISCALDAMENTO

Quando un cavo è percorso da corrente si riscalda. A causa delle perdite per effetto Joule che in esso si verificano, la sua temperatura aumenta salendo dal valore iniziale (pari alla temperatura ambiente se il cavo è rimasto "inattivo" per un tempo sufficientemente lungo) a quello finale (corrispondente alla temperatura a regime).

Il comportamento termico di un cavo può essere analizzato prendendo in considerazione il bilancio energetico fra il calore prodotto dal passaggio della corrente (W_p), il calore immagazzinato nel cavo (W_i) e il calore ceduto all'ambiente circostante (W_c).

In ogni intervallo di tempo infinitesimo dt il calore prodotto dovrà evidentemente essere uguale alla somma del calore immagazzinato e di quello ceduto. Dovrà cioè essere:

$$dW_p = dW_i + dW_c \qquad (1)$$

Le quantità di calore che compaiono nell'espressione (1) valgono:

$$dW_p = P_p \cdot dt$$

$$dW_i = m \cdot c \cdot d(\Delta\theta)$$

$$dW_c = K \cdot S \cdot \Delta\theta \cdot dt$$

dove:
- P_p = potenza perduta nel cavo per effetto Joule [W]
- m = massa del cavo [Kg]
- c = calore specifico del cavo [J/(Kg °C)]
- $\Delta\theta$ = sovratemperatura del cavo rispetto all'ambiente [°C]
- $d(\Delta\theta)$ = variazione della sovratemperatura nell'intervallo di tempo dt [°C]
- K = coefficiente globale di trasmissione del calore (per convezione e irraggiamento) [W/(m^2 °C)]
- S = superficie termica di scambio (superficie attraverso la quale il calore passa dal cavo all'ambiente) [m^2]

Tenendo conto delle espressioni precedenti la (1) diventa:

$$P_p \cdot dt = m \cdot c \cdot d(\Delta\theta) + K \cdot S \cdot \Delta\theta \cdot dt$$

e con semplici passaggi:

$$\frac{P_p}{K \cdot S} = \frac{m \cdot c}{K \cdot S} \cdot \frac{d(\Delta\theta)}{dt} + \Delta\theta$$

La risoluzione di questa equazione differenziale fornisce l'espressione della sovratemperatura $\Delta\theta$ in funzione del tempo:

$$\Delta\theta = \frac{P_p}{K \cdot S} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\frac{m \cdot c}{K \cdot S}}} \right) \qquad (2)$$

Il rapporto $\frac{P_p}{K \cdot S}$ che compare nell'espressione precedente, avente le dimensioni di una temperatura, rappresenta la sovratemperatura finale di regime $\Delta\theta_r$:

$$\Delta\theta_r = \frac{P_p}{K \cdot S} \qquad (3)$$

mentre il rapporto $\frac{m \cdot c}{K \cdot S}$ avente le dimensioni di un tempo, rappresenta la "costante di tempo termica" T del cavo:

$$T = \frac{m \cdot c}{K \cdot S} \qquad (4)$$

Pertanto la (2) può essere scritta nella forma:

$$\Delta\theta = \Delta\theta_r \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \qquad (5)$$

Riportando in un sistema di assi cartesiani la sovratemperatura $\Delta\theta$ in funzione di t/T, si ottiene il grafico di fig. 1. Da esso si nota come la sovratemperatura tenda asintoticamente al valore $\Delta\theta_r$ che viene raggiunto, teoricamente, dopo un tempo infinito. In pratica, però, la sovratemperatura di regime viene raggiunta (come la stessa figura evidenzia) dopo un periodo di tempo pari a $4 \div 5$ volte la costante di tempo.

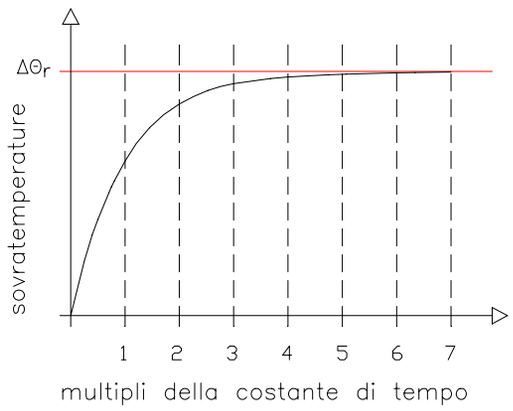

Fig. 1 - Curva di riscaldamento di un cavo

2 - RAFFREDDAMENTO

In maniera analoga a quanto fatto in precedenza si può analizzare il comportamento termico di un cavo in fase di raffreddamento, nelle condizioni cioè in cui, dopo aver raggiunto una certa sovrtemperatura di regime $\Delta\theta_r$, la corrente si annulla. In tali condizioni è nulla la quantità di calore prodotta ($dW_p = 0$) e la relazione (1) diventa:

$$dW_i + dW_c = 0 \qquad (6)$$

cioè:

$$m \cdot c \cdot d(\Delta\theta) + K \cdot S \cdot \Delta\theta \cdot dt = 0$$

$$\frac{m \cdot c}{K \cdot S} \cdot \frac{d(\Delta\theta)}{dt} + \Delta\theta = 0$$

che, risolta, fornisce:

$$\Delta\theta = \Delta\theta_r \cdot e^{-\frac{t}{T}} \qquad (7)$$

Nella relazione precedente $\Delta\theta_r$ e T hanno lo stesso significato già visto in precedenza, con l'unica differenza che ora $\Delta\theta_r$ rappresenta la sovratemperatura iniziale.

L'andamento della sovratemperatura del cavo durante il raffreddamento, riportato nel grafico di fig. 2, evidenzia come, anche in questo caso, $\Delta\theta$ raggiunga il valore 0 (cioè la temperatura finale, pari a quella ambiente) teoricamente dopo un tempo infinito; in pratica, però, si può vedere come il cavo si "raffreddi" dopo un periodo di tempo pari a $4 \div 5$ volte la costante di tempo T.

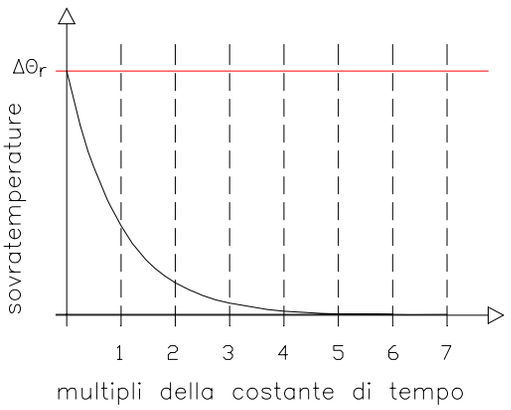

Fig.21 - Curva di raffreddamento di un cavo

3 - ESPRESSIONE DELLA SOVRATEMPERATURA A REGIME

Tenendo presente che le perdite per effetto Joule valgono:

$$P_p = R \cdot I^2 = \rho \cdot \frac{l}{A} \cdot I^2$$

e che la superficie laterale del cavo è:

$$S = p \cdot l$$

l'espressione (3) diventa, con semplici passaggi:

$$\Delta\theta_r = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot p \cdot A} \qquad (8)$$

dove:
- ρ = resistività del cavo alla temperatura di regime[1] $\theta_r = \Delta\theta_r + \theta_a$, essendo θ_a la temperatura ambiente [Ω.m]
- l = lunghezza del cavo [m]
- p = perimetro del cavo [m]
- A = sezione del cavo [m^2]
- I = corrente che circola nel cavo [A]

4 - ESPRESSIONE DELLA COSTANTE DI TEMPO

Il calcolo della costante di tempo di un cavo con l'espressione (4) non è agevole; primo, perché, essendo il cavo non omogeneo in quanto costituito da materiali (conduttori e isolanti) molto diversi tra loro per quanto riguarda il comportamento termico, risulta difficile assegnare un valore ben definito al calore specifico c; secondo, perché non è facile stabilire con precisione il valore da assegnare al coefficiente di trasmissione globale del calore K.

Introducendo però alcune semplificazioni, che consistono principalmente nel considerare come valori del calore specifico e della massa del cavo quelli relativi al solo materiale conduttore, si ottiene un'espressione della costante di tempo da cui risulta semplice desumerne il valore numerico.

Ricordando che la massa vale:

$$m = \gamma \cdot A \cdot l$$

dove, oltre ai termini già precedentemente definiti:
- γ = massa per unità di volume [Kg/m^3];

che, per quanto visto in precedenza, la superficie laterale del cavo (superficie di scambio del calore) è:

$$S = p \cdot l$$

e che il coefficiente di trasmissione del calore può essere ricavato dalla espressione (8):

$$K = \frac{\rho \cdot I^2}{\Delta\theta_r \cdot p \cdot A}$$

[1] La resistività alla temperatura finale di regime può essere calcolata con la relazione:

$$\rho = \rho_i \cdot \frac{234{,}5 + \theta_r}{234{,}5 + \theta_i}$$

dove ρ_i è la resistività alla temperatura iniziale θ_i. Se, come spesso accade, si conosce la resistività alla temperatura iniziale di 20°C, l'espressione precedente diventa:

$$\rho = \rho_{20} \cdot \frac{234{,}5 + \theta_r}{234{,}5 + 20}$$

la relazione (4) diventa, con semplici passaggi:

$$T = \frac{c \cdot \gamma}{\rho} \cdot \Delta\theta_r \cdot \left(\frac{A}{I}\right)^2$$

Per un determinato cavo i termini c, γ, ρ, A sono noti a priori, mentre vanno definiti i valori da assegnare alla corrente I e alla corrispondente sovratemperatura $\Delta\theta_r$ (dalla relazione (8) si ricava che esiste una corrispondenza biunivoca fra I e $\Delta\theta_r$). Allo scopo si può far ricorso ad apposite tabelle (per esempio la CEI UNEL 35024-70), dalle quali in corrispondenza di ogni sezione A, tenuto conto del tipo di cavo e delle condizioni di posa, si può ricavare la corrispondente portata I_z. Quest'ultima si può considerare come quella corrente che, circolando permanentemente in un cavo, lo riscalda facendogli raggiungere, con una determinata temperatura ambiente θ_a (che per i cavi posati in aria si assume convenzionalmente pari a 30°C), la temperatura massima ammissibile θ_z . Si desume pertanto che la sovratemperatura $\Delta\theta_r$ corrispondente alla portata I_z assume il valore:

$$\Delta\theta_r = \Delta\theta_z = \theta_z - \theta_a$$

L'espressione della costante di tempo diventa allora:

$$T = \frac{c \cdot \gamma}{\rho} \cdot \Delta\theta_z \cdot \left(\frac{A}{I_z}\right)^2 \qquad (9)$$

<u>Esempio</u>

Si voglia determinare la costante di tempo di un cavo unipolare con guaina, in rame, isolamento in PVC, posa su passerella, 3 cavi accostati, sezione A = 95 mm^2.

- Temperatura massima di funzionamento del cavo: θ_z = 70 °C
- Temperatura ambiente: θ_a = 30 °C
- Sovratemperatura: $\Delta\theta_z = \theta_z - \theta_a$ = 70 - 30 = 40 °C

Dalla tabella CEI UNEL 35024-70 si ricava:
- Portata: I_z = 258 A

E inoltre:
- calore specifico del rame: c = 385 J/(Kg °C)
- massa per unità di volume del rame: γ = 8900 Kg/m^3
- resistività del rame a 20 °C: ρ_{20} = 0,0178 . 10^{-6} Ω.m
- resistività del rame a 70 °C:

$$\rho = \rho_{20} \cdot \frac{234{,}5 + \theta_z}{234{,}5 + \theta_a} = 0{,}0178 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{234{,}5 + 70}{234{,}5 + 20} = 0{,}0213 \cdot 10^{-6} \quad \Omega.\text{m}$$

Con tali dati si ottiene dalla (9):

$$T = \frac{385 \cdot 8900}{0{,}0213 \cdot 10^{-6}} \cdot 40 \cdot \left(\frac{95 \cdot 10^{-6}}{258}\right)^2 = 872\text{s} \cong 14{,}5\,\text{min}$$

5 - COMPORTAMENTO TERMICO DI UN CAVO IN REGIME VARIABILE

Il comportamento termico di un cavo, analizzato in precedenza, si riferisce alla situazione di "regime permanente", vale a dire o al caso in cui il cavo è percorso sempre dalla stessa corrente, oppure al caso in cui, a partire da un certo istante, la corrente cessa definitivamente di circolare.

Si vuole ora analizzare il comportamento termico di un cavo in "regime variabile", cioè quando la corrente che lo percorre assume valori diversi in tempi diversi. E' evidente che anche le sovratemperature che esso raggiungerà nei vari intervalli di tempo saranno diverse e dipenderanno sia dal valore della corrente che dalla sua durata.

Il fenomeno rimane sostanzialmente identico a quello del regime permanente, tenendo però presente che il comportamento termico del cavo in ogni intervallo di tempo dipenderà dalle condizioni finali raggiunte nell'intervallo di tempo precedente. In altre parole, la sovratemperatura iniziale $\Delta\theta_i$, in ogni intervallo di tempo, non sarà più nulla (come invece avveniva in regime permanente in cui la temperatura iniziale risultava uguale alla temperatura ambiente), ma coinciderà con il valore della sovratemperatura finale $\Delta\theta_f$ raggiunta nell'intervallo di tempo precedente, e così via per tutti i periodi di tempo successivi.

Se la corrente nel cavo passa da un valore inferiore ad uno superiore, la sovratemperatura tenderà ad aumentare secondo un andamento riportato in fig. 3.

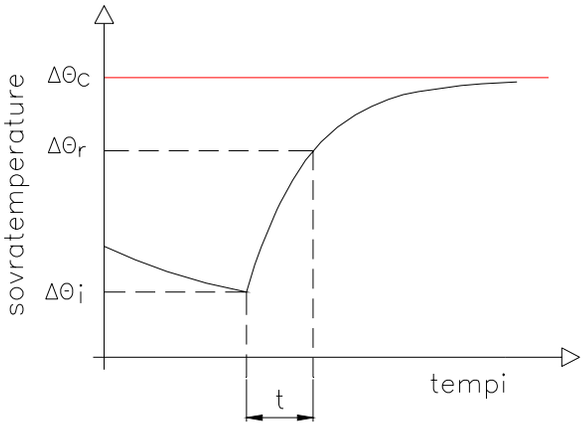

Fig. 3 - Curva di riscaldamento di un cavo in regime variabile

La sovratemperatura $\Delta\theta_c$, corrispondente alla corrente "di carico" I_c , che il cavo tende ad assumere dopo un tempo sufficientemente lungo, può essere calcolata applicando due volte la relazione (8); una prima volta con i valori della portata I_z e della corrispondente sovratemperatura $\Delta\theta_z$:

$$\Delta\theta_z = \frac{\rho \cdot I_z^2}{K \cdot p \cdot A}$$

e una seconda volta con i valori di I_c e $\Delta\theta_c$:

$$\Delta\theta_c = \frac{\rho \cdot I_c^2}{K \cdot p \cdot A}$$

Dal confronto fra le due relazioni si ricava:

$$\Delta\theta_c = \Delta\theta_z \cdot \left(\frac{I_c}{I_z}\right)^2 \qquad (10)$$

La sovratemperatura $\Delta\theta_f$, che il cavo raggiunge alla fine dell'intervallo di tempo t di durata della corrente I_c , può essere calcolata con la relazione (5), nella quale si ponga $\Delta\theta = \Delta\theta_f - \Delta\theta_i$ e $\Delta\theta_r = \Delta\theta_c - \Delta\theta_i$:

$$\Delta\theta_f - \Delta\theta_i = (\Delta\theta_c - \Delta\theta_i) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

e con semplici passaggi:

$$\Delta\theta_f = \Delta\theta_c - (\Delta\theta_c - \Delta\theta_i) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \qquad (11)$$

Nel caso in cui la corrente passa da un valore più alto ad uno più basso, la sovratemperatura tenderà a diminuire secondo un andamento riportato in fig. 4.

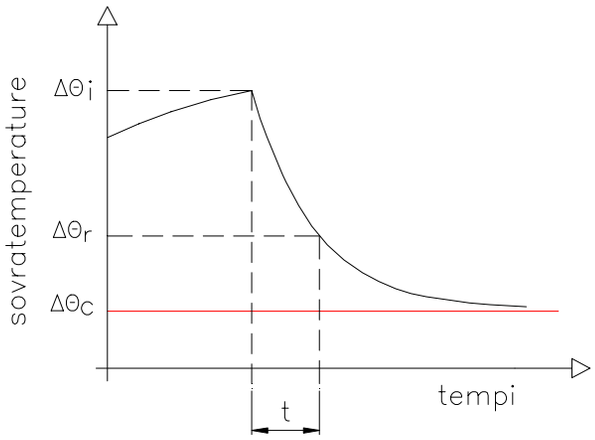

Fig. 4 - Curva di raffreddamento di un cavo in regime variabile

Le sovratemperature $\Delta\theta_i$ e $\Delta\theta_c$ hanno lo stesso significato visto in precedenza, con l'unica differenza che ora $\Delta\theta_c$ è minore di $\Delta\theta_i$. La sovratemperatura che il cavo raggiunge al termine del tempo t di durata della corrente I_c , si può calcolare con la relazione (7), nella quale si ponga $\Delta\theta = \Delta\theta_f - \Delta\theta_c$ e $\Delta\theta_r = \Delta\theta_i - \Delta\theta_c$:

$$\Delta\theta_f - \Delta\theta_c = (\Delta\theta_i - \Delta\theta_c) \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

da cui:

$$\Delta\theta_f = \Delta\theta_c - (\Delta\theta_c - \Delta\theta_i) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \qquad (12)$$

Come si può notare la (11) e la (12) sono identiche; ciò permette di analizzare il comportamento termico di un cavo in regime variabile con un'unica relazione, sia che la corrente passi da un valore più basso ad uno più alto, sia nel caso contrario.

Esempio

Un cavo tripolare con isolamento in PVC, posato su passerella, temperatura ambiente 30°C, temperatura massima di funzionamento 70°C (sovratemperatura massima 40°C), funziona in regime variabile con il seguente diagramma di carico (fig. 5):

- Situazione di carico n.1: corrente 120 A, durata 40 minuti;
- Situazione di carico n.2: corrente 90 A, durata 60 minuti;
- Situazione di carico n.3: corrente 160 A, durata 20 minuti;
- Situazione di carico n.4: corrente 100 A, durata 120 minuti.

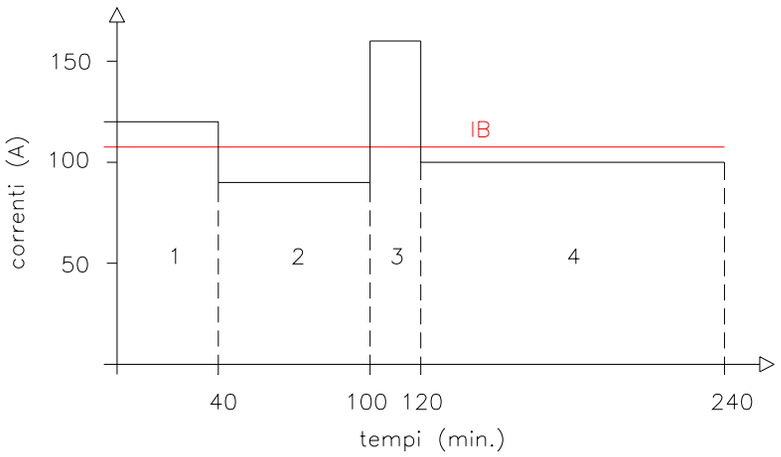

Fig. 5 - Diagramma di carico del cavo

Si vuole eseguire la scelta del cavo e successivamente analizzare il suo comportamento termico allo scopo di verificare le condizioni di lavoro: controllare cioè se le sovratemperature sono o meno inferiori a quella massima consentita.

Per la scelta della sezione, dal momento che il cavo lavora con correnti variabili, bisogna prima determinare una corrente di riferimento, il cui valore sarà evidentemente compreso fra quello massimo e quello minimo delle correnti di carico. A tale proposito si può considerare la "corrente d'impiego" I_B , definita come quella corrente termica equivalente che, in regime permanente, produrrebbe lo stesso effetto termico delle correnti variabili. Tale corrente si può calcolare con l'espressione:

$$I_B = \sqrt{\frac{\sum I_c^{\,2} \cdot t}{\sum t}}$$

Con i valori delle correnti e dei tempi del diagramma di carico si ottiene:

$$I_B = \sqrt{\frac{120^2 \cdot 40 + 90^2 \cdot 60 + 160^2 \cdot 20 + 100^2 \cdot 120}{40 + 60 + 20 + 120}} = 107{,}5 \ \text{A}$$

Dalla tabella CEI UNEL 35024-70 si ricava che il cavo che ha una portata superiore a 107,5 A è quello con sezione $A = 35\ mm^2$ e portata $I_z = 125$ A.

Con tali valori si può calcolare, mediante la (9), la costante di tempo termica del cavo:

$$T = \frac{385 \cdot 8900}{0{,}0213 \cdot 10^{-6}} \cdot 40 \cdot \left(\frac{35 \cdot 10^{-6}}{125} \right)^2 = 504\text{s} \cong 8{,}4\,\text{min}$$

A questo punto si può analizzare il comportamento termico del cavo, calcolando, mediante la (11), le sovratemperature finali $\Delta\theta_f$ che esso raggiunge alla fine di ogni intervallo di tempo. Prima però bisogna calcolare, mediante la (10), sempre per ogni intervallo di tempo, le sovratemperature di regime $\Delta\theta_c$, corrispondenti alle varie correnti di carico I_c .

Con riferimento alla situazione di carico n.1, si ha:
- Sovratemperatura iniziale:

$$\Delta\theta_i = 0°\text{C}$$

- Sovratemperatura di regime:

$$\Delta\theta_c = 40 \cdot \left(\frac{120}{125} \right)^2 \cong 36{,}9\ °\text{C}$$

- Sovratemperatura finale:

$$\Delta\theta_f = 36{,}9 - (36{,}9 - 0) \cdot e^{-\frac{40}{8{,}4}} \cong 36{,}6\ °\text{C}$$

In maniera analoga si può procedere per tutte le altre situazioni di carico. I risultati sono riportati nella tabella 1.

Tab. 1 - Sovratemperature del cavo con A = 35 mm^2 e I_z = 125 A

Situazione di carico (N.)	Corrente I_c (A)	Tempo t (min)	Sovratemp. iniziale $\Delta\theta_i$ (°C)	Sovratemp. di regime $\Delta\theta_c$ (°C)	Sovratemp. finale $\Delta\theta_f$ (°C)
1	120	40	0	36,9	36,6
2	90	60	36,6	20,7	20,7
3	160	20	20,7	65,5	61,4
4	100	120	61,4	25,6	25,6

Si può notare come il cavo raggiunga una sovratemperatura troppo elevata nella situazione di carico n.3: alla fine di tale periodo di tempo la sua sovratemperatura oltrepassa di 21,4 °C quella massima consentita (40 °C).

Il tutto viene meglio evidenziato dal grafico delle sovratemperature (fig.6), che, con i dati riportati in tab.1, può essere tracciato utilizzando la relazione (11).

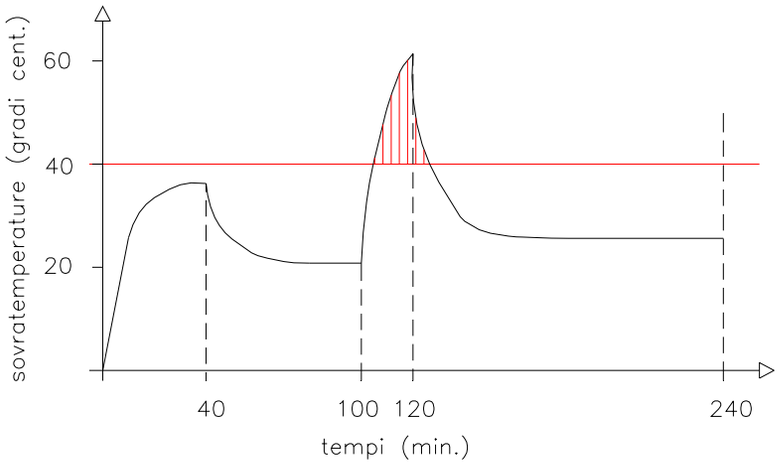

Fig. 6 - Grafico delle sovratemperature con sezione di 35 mm^2

Se il comportamento termico del cavo non è soddisfacente (come nel caso precedente), bisogna sceglierne uno di sezione più grande: per esempio quello con sezione $A = 50\ mm^2$ e portata $I_z = 151$ A.

Con tale cavo, la cui costante di tempo è $T \approx 11{,}8$ min, si ottengono i valori riportati in tab.2.

Tab. 2 - Sovratemperature del cavo con $A = 50\ mm^2$ e $I_z = 151$ A

Situazione di carico (N.)	Corrente I_c (A)	Tempo t (min)	Sovratemp. iniziale $\Delta\theta_i$ (°C)	Sovratemp. di regime $\Delta\theta_c$ (°C)	Sovratemp. finale $\Delta\theta_f$ (°C)
1	120	40	0	25,3	24,4
2	90	60	24,4	14,2	14,3
3	160	20	14,3	44,9	39,3
4	100	120	39,3	17,5	17,5

Tali valori, e ancora meglio il grafico delle sovratemperature riportato in fig.7, evidenziano come il cavo, nel suo funzionamento, non oltrepassi mai la sovratemperatura massima consentita: e ciò nonostante che la sua portata sia inferiore alla corrente di carico più elevata (160 A).

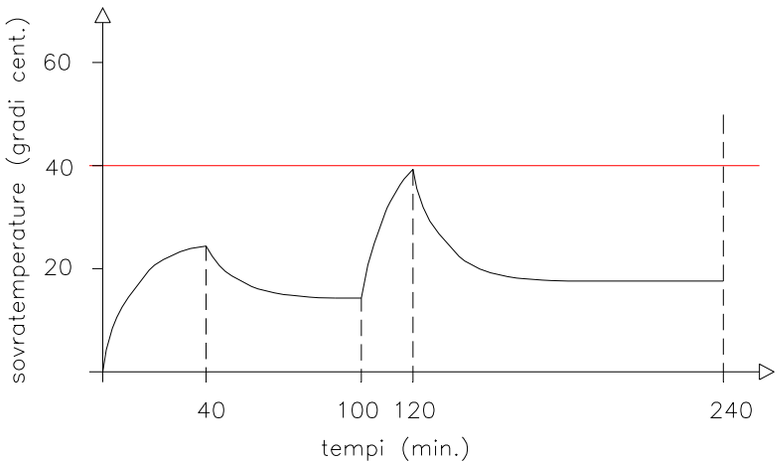

Fig. 7 - Grafico delle sovratemperature con sezione di 50 mm^2

Si può concludere che il cavo lavora in condizioni di sicurezza, senza compromettere quindi la sua durata (come invece poteva accadere per il cavo di sezione inferiore precedentemente scelto).

6 - PROGRAMMA IN BASIC PER LO STUDIO DEL COMPORTAMENTO TERMICO DI UN CAVO

Il tracciamento delle curve delle sovratemperature richiede una procedura di calcolo laboriosa e ripetitiva con notevole impiego di tempo. Il tutto può essere reso più semplice e spedito usando un programma per Personal Computer scritto in QBASIC, che viene di seguito riportato e sommariamente illustrato.

Una volta messo in esecuzione, il programma chiede inizialmente di introdurre il numero delle situazioni di carico (massimo 9) corrispondenti alle diverse fasi di lavoro del cavo, e quindi, per ognuna di esse, di fornire la corrente [in A] e la relativa durata [in min.]. A questo punto esegue il calcolo della corrente d'impiego e, dopo averne visualizzato il valore, chiede di introdurre la sezione [in mm^2], la portata [in A] e la temperatura massima di funzionamento [in °C] del cavo prescelto (la temperatura ambiente considerata è quella convenzionale di 30°C). Il programma provvede infine a disegnare in una stessa videata i grafici del diagramma di carico e delle sovratemperature. Nel primo grafico vengono anche visualizzati i valori della corrente d'impiego e delle correnti massima e minima con le rispettive durate; nel secondo la sezione, la portata, la costante di tempo termica del cavo e la massima sovratemperatura che esso raggiunge nel suo funzionamento. Il programma prevede anche la possibilità di scegliere un altro cavo senza dover di nuovo immettere i valori delle correnti di carico e delle relative durate.

Introducendo i dati relativi all'esempio precedente, il programma fornisce, in un'unica schermata, i grafici del diagramma di carico e delle sovratemperature riportati nella fig. 8.

NOTA

L'articolo è stato pubblicato sulla rivista "ELETTRIFICAZIONE", numero 4/97.
Il programma in QBasic riportato nell'articolo si trova in questo sito nella sezione "Software" con il nome "cavi".