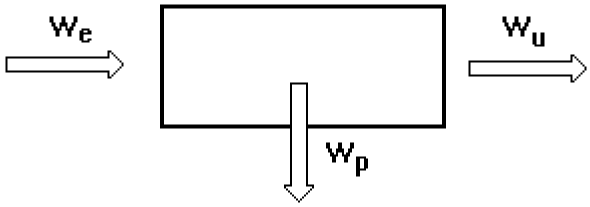
IL PROBLEMA TERMICO

1 - GENERALITÀ

In ogni complesso nel quale avviene una trasformazione di energia (per esempio generatore elettrico o motore elettrico) o semplicemente un transito di energia (per esempio trasformatore elettrico o linea elettrica) si ha sempre che l'energia uscente (W_u) è minore dell'energia entrante (W_e). La differenza fra l'energia entrante e quella uscente rappresenta l'energia perduta (W_p).



$$W_p = W_e - W_u$$

Facendo riferimento all'unità di tempo, in luogo delle energie si possono considerare le potenze, per cui si ha:

$$P_p = P_e - P_u$$

Il rendimento del complesso risulta definito da:

$$\eta = \frac{P_u}{P_e} = \frac{P_u}{P_u + P_p} = \frac{P_e - P_p}{P_e}$$

L'energia perduta, trasformandosi in energia termica, determina una sopraelevazione di temperatura del complesso rispetto alla temperatura ambiente. A regime la temperatura (θ_{reg}) raggiunta dal complesso dovrà, per ragioni di sicurezza riguardanti i materiali isolanti, essere inferiore o al limite uguale alla temperatura massima (θ_{max}) che tali materiali possono sopportare.

Occorre cioè che risulti:

$$\theta_{reg} \le \theta_{max}$$

Lo studio del problema termico può essere suddiviso in tre parti:

1. **Generazione del calore**
2. **Trasmissione del calore**
3. **Asportazione del calore**

2 - GENERAZIONE DEL CALORE

In una macchina elettrica si genera calore a seguito delle perdite che si manifestano in essa durante il suo funzionamento.

Le principali perdite che si hanno nelle macchine elettriche sono:

- **Perdite nel ferro (per isteresi e correnti parassite)**

Esse possono essere espresse con una relazione del tipo:

$$P_{fe} = w_s \cdot B_M^2 \cdot \left(\frac{f}{50}\right)^{1,2} \cdot G_{fe}$$

dove:

- P_{fe} = perdite nel ferro (W)
- w_s = cifra di perdita delle lamiere magnetiche (W/Kg)
- B_M = induzione (T)
- f = frequenza (Hz)
- G_{fe} = peso del ferro (Kg)

Per macchine funzionanti a flusso costante (trasformatori, motori asincroni) esse sono indipendenti dal carico.

- **Perdite nel rame (per effetto Joule)**

Possono essere espresse con una relazione del tipo:

$$P_{cu} = 2{,}4 \cdot \delta^2 \cdot G_{cu}$$

dove:

- P_{cu} = perdite nel rame (W)
- δ = densità di corrente (A/mm²)
- G_{cu} = peso del rame (Kg)

Esse dipendono generalmente dal carico.

- **Perdite meccaniche (per attrito e ventilazione)**

Queste perdite si hanno ovviamente solo nelle macchine rotanti. Quelle per attrito sono proporzionali alla velocità angolare, quelle per ventilazione al cubo della stessa velocità; possono essere espresse con una relazione del tipo:

$$P_m = K_a \cdot n + K_v \cdot n^3$$

dove:

- P_m = perdite meccaniche (W)
- n = velocità angolare (giri/min)

Per quelle macchine funzionanti a velocità costante (macchine sincrone) o praticamente costante (macchine asincrone) sono indipendenti dal carico.

- **Perdite addizionali**

Tali perdite non sono di facile valutazione teorica e dipendono principalmente da:

- distorsioni di flusso magnetico;
- distribuzione non uniforme della corrente nei conduttori;
- correnti parassite nelle masse metalliche vicine agli avvolgimenti.

Proprio per il fatto che tali perdite sono di difficile valutazione teorica, per alcune macchine vengono fissate dalle Norme CEI (per le macchine asincrone, per esempio, esse vengono convenzionalmente fissate pari allo 0,5% della potenza nominale).

3 - TRASMISSIONE DEL CALORE

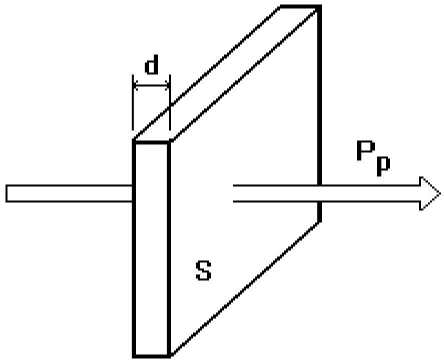
La trasmissione del calore nelle macchine elettriche avviene secondo le tre tipiche forme:

- **Trasmissione per conduzione**
- **Trasmissione per convezione**
- **Trasmissione per irraggiamento**

- **Conduzione**

Tale forma di trasmissione del calore è tipica dei corpi solidi (sebbene essa avvenga anche in seno ai liquidi e ai gas).

Essa avviene senza alcun movimento di materia, ed è il caso tipico della trasmissione del calore fra due superfici di un corpo solido.



$$P_p = \frac{\lambda \cdot S}{d} \cdot \Delta\theta$$

- P_p = potenza trasformata in calore che si trasmette da una superficie all'altra in un secondo (W)
- S = superficie attraverso la quale avviene la trasmissione (m²)
- d = distanza fra le due superfici (m)
- λ = conduttività termica del corpo (W/m °C)
- $\Delta\theta$ = differenza di temperatura fra le due superfici (°C)

Nelle macchine elettriche tale tipo di trasmissione del calore si ha all'interno dei materiali attivi (avvolgimenti e nuclei magnetici).

- **Convezione**

È caratteristica dei corpi liquidi e gassosi.

Essa avviene con movimento di materia all'esterno delle sorgenti termiche: in tal caso il calore si propaga perché parti del fluido caldo si spostano verso zone di fluido freddo mescolandosi e sostituendosi ad esso.

La trasmissione del calore per convezione è esprimibile con la seguente legge:

$$P_p = K_c \cdot S_c \cdot \Delta\theta$$

- P_p = potenza trasformata in calore trasmessa al fluido dal corpo caldo in un secondo (W)
- S_c = superficie attraverso la quale il calore si trasmette al fluido (m²), superficie utile per la convezione
- K_c = Coefficiente di trasmissione del calore per convezione (W/m² °C)
- $\Delta\theta$ = sovratemperatura del corpo rispetto al fluido (°C)

Nelle macchine elettriche tale tipo di trasmissione del calore si ha tra le superfici esterne degli avvolgimenti e dei nuclei e il fluido a contatto con tali parti (aria per le macchine rotanti, aria o olio per i trasformatori).

- **Irraggiamento**

Avviene in generale dalle pareti dei corpi solidi all'aria circostante senza movimento di materia (può avvenire anche nel vuoto).

È una forma di trasmissione del calore sotto forma di onde elettromagnetiche le quali, colpendo un corpo, trasformano la propria energia in calore.

La trasmissione del calore per irraggiamento viene espressa con la legge di Stefan-Boltzmann:

$$P_p = K_i \cdot \left[\left(\frac{\theta_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{\theta_2}{100} \right)^4 \right] \cdot S_i$$

- P_p = potenza trasformata in calore irradiata all'ambiente dal corpo caldo in un secondo (W)
- S_i = superficie attraverso la quale il calore si trasmette all'ambiente (m²), superficie utile per l'irraggiamento
- θ_1 = temperatura assoluta (K) del corpo radiante
- θ_2 = temperatura assoluta (K) dell'ambiente
- K_i = coefficiente di trasmissione del calore per irraggiamento ($W/m^2 K^4$)

Nelle macchine elettriche tale tipo di trasmissione del calore è quella che avviene fra le superfici esterne della macchina (per esempio, carcassa nel caso di macchine rotanti, cassone dell'olio nei trasformatori in olio) e l'aria circostante.

Poiché nel caso delle macchine elettriche risulta relativamente limitato il salto termico fra macchina e ambiente, si può adottare per la trasmissione del calore per irraggiamento una espressione simile a quella vista per la convezione:

$$P_p = K'_i \cdot Si \cdot \Delta\theta$$

Con ciò la trasmissione del calore per irraggiamento può esprimersi anch'essa, così come quella per convezione, con una espressione lineare (proporzionalità fra quantità di calore trasmessa e sovratemperatura), per cui si può adottare un'unica espressione che tenga conto globalmente delle due forme di trasmissione del calore:

$$P_p = K \cdot S \cdot \Delta\theta$$

- P_p = potenza trasformata in calore e trasmessa all'ambiente per convezione e irraggiamento in un secondo (W)
- S = superficie attraverso la quale il calore si trasmette all'ambiente per convezione e irraggiamento (m²)
- K = coefficiente globale di trasmissione del calore per convezione e irraggiamento (W/m² °C)
- $\Delta\theta$ = sovratemperatura della macchina sull'ambiente (°C)

4 - ASPORTAZIONE DEL CALORE

Il trasferimento del calore dalle superfici della macchina elettrica all'ambiente avviene, in maniera **naturale** o **forzata**, attraverso i fluidi refrigeranti, costituiti in genere da:

- aria e/o idrogeno per le macchine rotanti;
- aria, olio e acqua per i trasformatori.

Avviene in maniera naturale quando esso è affidato unicamente all'irraggiamento e ai moti convettivi naturali dei fluidi refrigeranti.

Avviene in maniera forzata quando si ricorre alla circolazione artificiale dei fluidi refrigeranti. Ciò si rende necessario quando il solo raffreddamento naturale non è in grado di smaltire tutto il calore prodotto e quindi di contenere la sovratemperatura della macchina al di sotto dei limiti massimi consentiti. Ricorrere al raffreddamento forzato equivale in pratica ad aumentare il coefficiente globale di trasmissione del calore.

Nel caso, per esempio, dei trasformatori in olio il raffreddamento forzato può riguardare l'olio, l'aria, oppure entrambi i fluidi. Per i trasformatori più grandi si può ricorrere anche al raffreddamento forzato dell'olio mediante scambiatori di calore ad acqua.

Il sistema di raffreddamento dei trasformatori viene indicato con delle sigle formate da più lettere che stanno ad indicare:

- A = aria
- O = olio
- W = acqua
- N = circolazione naturale
- F = circolazione forzata

Si possono così avere, per esempio, i seguenti sistemi di raffreddamento:

- ONAN = Olio Naturale Aria Naturale (circolazione naturale dell'olio, circolazione naturale dell'aria)

- ONAF = Olio Naturale Aria Forzata (circolazione naturale dell'olio, circolazione forzata dell'aria)

- OFAF = Olio Forzato Aria Forzata (circolazione forzata dell'olio, circolazione forzata dell'aria)

- OFWF = Olio Forzato Acqua Forzata (circolazione forzata dell'olio, circolazione forzata dell'acqua, che, in uno scambiatore di calore esterno al trasformatore, provvede a raffreddare l'olio)

LE CURVE DI RISCALDAMENTO E DI RAFFREDDAMENTO

1 - CURVA DI RISCALDAMENTO

Le perdite, in una macchina elettrica, si trasformano in calore facendo aumentare la sua sovratemperatura rispetto alla temperatura ambiente. La temperatura cresce fino a che tutto il calore prodotto dalle perdite viene ceduto all'ambiente. A quel punto la macchina raggiunge la condizione di regime e la sovratemperatura si stabilizza al valore $\Delta\theta_{max}$, esprimibile con la relazione:

$$\Delta\theta_{max} = \frac{P_p}{K \cdot S}$$

L'andamento nel tempo della sovratemperatura può essere espresso, per un corpo omogeneo, con una relazione del tipo:

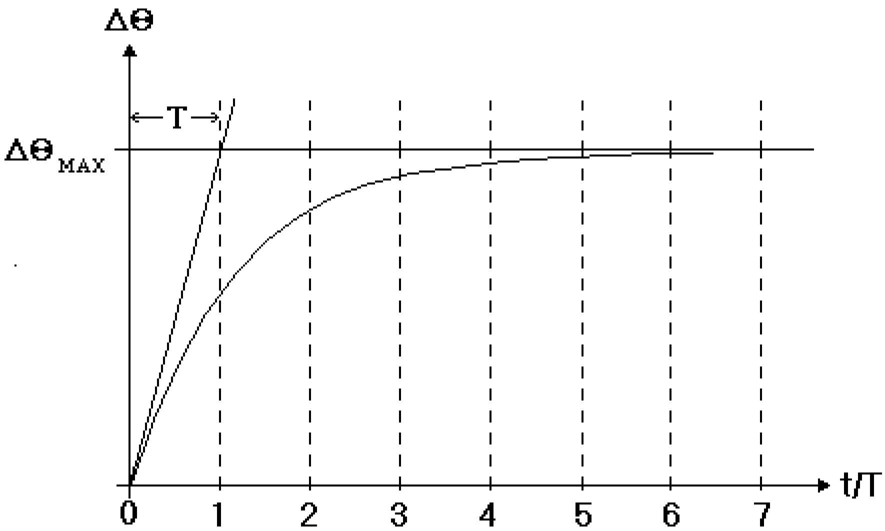
$$\Delta\theta = \Delta\theta_{max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

dove "**T**" è la **"costante di tempo termica"** del corpo che vale:

$$T = \frac{c \cdot M}{K \cdot S}$$

- T = costante di tempo termica (s)
- M = massa del corpo (Kg)
- c = calore specifico del corpo (J/Kg °C)
- K = coefficiente globale di trasmissione del calore (W/m² °C)
- S = superficie disperdente del calore (m²)

La curva che si ottiene dall'espressione precedente è la **"curva di riscaldamento".**



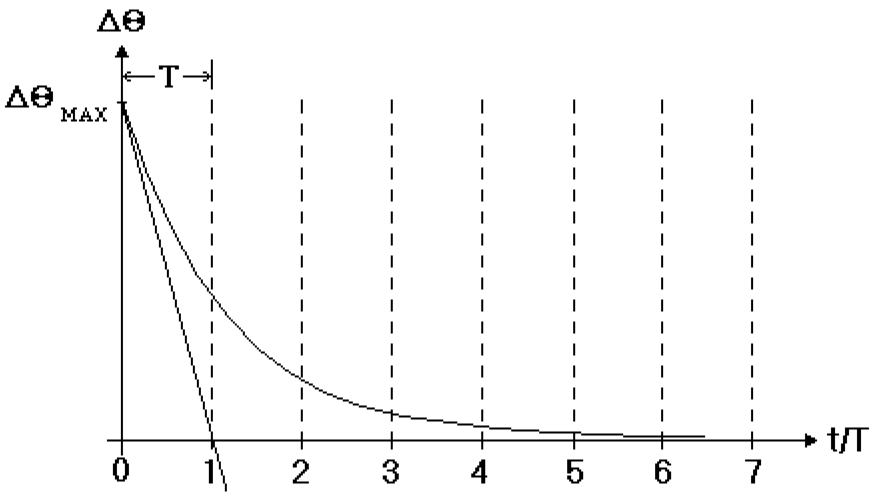
Come si nota dal grafico, la condizione di regime (raggiungibile teoricamente dopo un tempo infinito) viene raggiunta, in pratica, dopo un tempo pari a circa 5 volte la costante di tempo.

2 - CURVA DI RAFFREDDAMENTO

Quando si annullano le perdite, perché la macchina cessa di funzionare, la sua sovratemperatura diminuisce gradualmente fino a raggiungere la temperatura ambiente.

L'andamento nel tempo della sovratemperatura è rappresentato dalla **"curva di raffreddamento"**, che, per un corpo omogeneo ha una espressione del tipo:

$$\Delta\theta = \Delta\theta_{max} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

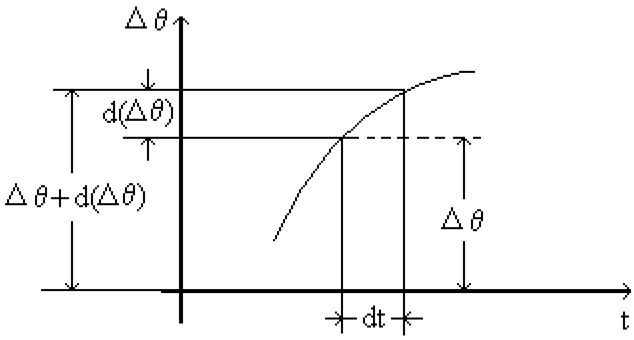


Anche in questo caso il tempo di raffreddamento è, in pratica, pari a circa 5 volte la costante di tempo.

A P P E N D I C E   A

EQUAZIONI DELLE CURVE DI RISCALDAMENTO E DI RAFFREDDAMENTO

Si consideri un intervallo di tempo dt durante il quale la sovratemperatura aumenta della quantità $d(\Delta\theta)$, passando dal valore $\Delta\theta$ al valore $\Delta\theta + d(\Delta\theta)$:



Durante tale intervallo di tempo si ha il seguente bilancio termico:

- Calore prodotto per effetto delle perdite:

$$dW_p = P_p \cdot dt$$

- Calore immagazzinato nella macchina elettrica:

$$dW_i = M \cdot c \cdot d(\Delta\theta)$$

- Calore ceduto all'ambiente:

$$dW_c = K \cdot S \cdot \Delta\theta \cdot dt$$

Il calore prodotto è uguale alla somma del calore immagazzinato e di quello ceduto:

$$dW_p = dW_i + dW_c$$

vale a dire (sostituendo le espressioni precedenti):

$$P_p \cdot dt = M \cdot c \cdot d(\Delta\theta) + K \cdot S \cdot \Delta\theta \cdot dt$$

dividendo ambo i membri per dt, si ha:

$$P_p = M \cdot c \frac{d(\Delta\theta)}{dt} + K \cdot S \cdot \Delta\theta$$

Risolvendo l'equazione differenziale si ottiene:

$$\Delta\theta = \frac{P_p}{K \cdot S} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\frac{M \cdot c}{K \cdot S}}}\right)$$

Ponendo poi:

$$\frac{P_p}{K \cdot S} = \Delta\theta_{max} \qquad \text{(sovratemperatura a regime)}$$

$$\frac{M \cdot c}{K \cdot S} = T \qquad \text{(costante di tempo termica)}$$

si ha infine

$$\Delta\theta = \Delta\theta_{max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

che rappresenta appunto <u>l'equazione della curva di riscaldamento</u>.

In maniera analoga si può ricavare <u>l'equazione della curva di raffreddamento.</u>

L'unica variazione è che, in questo caso, il calore prodotto è zero ($dW_p = 0$).

Pertanto si ha:

$$0 = dW_i + dW_c$$

cioè:

$$M \cdot c \cdot d(\Delta\theta) + K \cdot S \cdot \Delta\theta \cdot dt = 0$$

e quindi:

$$M \cdot c \cdot \frac{d(\Delta\theta)}{dt} + K \cdot S \cdot \Delta\theta = 0$$

Risolvendo:

$$\Delta\theta = \frac{P_p}{K \cdot S} \cdot e^{-\frac{t}{\frac{M \cdot c}{K \cdot S}}}$$

E infine:

$$\Delta\theta = \Delta\theta_{max} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

A P P E N D I C E   B

COSTANTE DI TEMPO TERMICA

La costante di tempo termica può essere ricavata dalla curva di riscaldamento (o di raffreddamento) operando nel seguente modo:

- si traccia la tangente alla curva di riscaldamento all'origine;
- si determina il punto d'intersezione fra tale retta e la retta parallela all'asse delle ascisse di equazione $\Delta\theta = \Delta\theta_{max}$ (asintoto orizzontale della curva di riscaldamento);
- l'ascissa di tale punto d'intersezione rappresenta la costante di tempo termica T.

Analiticamente la costante di tempo T può essere calcolata nel seguente modo:

- Si fa la derivata prima rispetto al tempo della curva di riscaldamento:

$$\frac{d(\Delta\theta)}{dt} = \frac{1}{T} \cdot \Delta\theta_{max} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

- Il valore di tale derivata nel punto $t = 0$ rappresenta il coefficiente angolare della tangente alla curva in quel punto:

$$\left(\frac{d(\Delta\theta)}{dt}\right)_{t=0} = \frac{\Delta\theta_{max}}{T}$$

- La retta tangente alla curva di riscaldamento nell'origine ha pertanto l'equazione:

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\theta_{max}}{T} \cdot t$$

- La retta parallela all'asse delle ascisse passante per il punto di ordinata $\Delta\theta$ è:

$$\Delta\theta = \Delta\theta_{max}$$

- Il punto d'intersezione fra le due rette si ottiene risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} \Delta\theta = \dfrac{\Delta\theta_{max}}{T} \cdot t \\ \\ \Delta\theta = \Delta\theta_{max} \end{cases}$$

da cui si ottiene:

$$\frac{\Delta\theta_{max}}{T} \cdot t = \Delta\theta_{max}$$

e quindi:

$$t = T$$

APPENDICE C

ESPRESSIONE DELLE PERDITE NEL RAME

Le perdite per effetto Joule in un conduttore di resistenza R percorso da una corrente I valgono:

$$P_{cu} = R \cdot I^2$$

Ricordando che:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} \qquad \text{e} \qquad I = \delta \cdot S$$

e sostituendo, si ottiene:

$$P_{cu} = \frac{\rho \cdot l}{S} \cdot \delta^2 \cdot S^2 = \rho \cdot \delta^2 \cdot S \cdot l$$

Il prodotto $S \cdot l$ rappresenta il volume (Vol) del conduttore, per cui si ha anche:

$$P_{cu} = \rho \cdot \delta^2 \cdot Vol$$

Moltiplicando e dividendo il secondo membro per il peso specifico γ, e ricordando che $Vol \cdot \gamma = G_{cu}$ (peso del rame), si ha:

$$P_{cu} = \rho \cdot \delta^2 \cdot Vol \cdot \frac{\gamma}{\gamma} = \frac{\rho}{\gamma} \cdot \delta^2 \cdot G_{cu}$$

Nella espressione precedente, per ottenere le perdite in [W], le varie grandezze a secondo membro devono essere espresse nelle seguenti unità di misura:

$$\rho \ [\Omega \cdot m] \ , \ \gamma \ \left[{}^{Kg}\!/_{m^3} \right] \ , \ \delta \ \left[{}^{A}\!/_{m^2} \right] \ , \ G_{cu} \ [Kg]$$

Siccome normalmente la densità di corrente δ si esprime, per comodità, in $\left[{}^{A}\!/_{mm^2} \right]$ si deve operare la conversione in $\left[{}^{A}\!/_{m^2} \right]$:

$$\delta \left[{}^{A}\!/_{mm^2} \right] = \delta \left[{}^{A}\!/_{10^{-6}\, m^2} \right] = \delta \cdot 10^6 \left[{}^{A}\!/_{m^2} \right]$$

Inoltre la resistenza del rame va riportata a 75°C (temperatura convenzionale di riferimento delle perdite):

$$\rho_{75} = \rho_{20} \cdot \frac{234{,}5 + 75}{234{,}5 + 20} = \rho_{20} \cdot 1{,}216 = 0{,}0178 \cdot 1{,}216 = 0{,}021 \left[\Omega \cdot {}^{mm^2}\!/_{m} \right] =$$

$$= 0{,}0216 \left[\Omega \cdot 10^{-6}\, {}^{m^2}\!/_{m} \right] = 0{,}0216 \cdot 10^{-6} \quad [\Omega \cdot m]$$

Ricordando, infine, che il peso specifico del rame vale:

$$\gamma = 8900 \ \left[\mathrm{Kg} / \mathrm{m}^3 \right]$$

si ha:

$$P_{cu} = \frac{0{,}0216 \cdot 10^{-6}}{8900} \cdot \left(\delta \cdot 10^6 \right)^2 \cdot G_{cu}$$

da cui:

$$P_{cu} \cong 2{,}4 \cdot \delta^2 \cdot G_{cu}$$