

ALIMENTAZIONE PIU' CONVENIENTE
(CON MINORI PERDITE)
DI UN CARICO CON UN SOLO TRASFORMATORE
O CON DUE TRASFORMATORI IN PARALLELO

La condizione più conveniente è quella per la quale sono minori le perdite totali (nel ferro e nel rame) o nel singolo trasformatore o nei due trasformatori in parallelo.

A) Alimentazione del carico con un solo trasformatore

Si supponga che il carico assorba una corrente I , di norma inferiore (o al limite uguale) alla corrente nominale I_{N1} del trasformatore.

La corrente I_1 erogata dal trasformatore sarà uguale alla corrente assorbita dal carico: $I_1 = I$.

Il trasformatore lavorerà pertanto ad una frazione di carico α_1 data dalla relazione:

$$\alpha_1 = \frac{I_1}{I_{N1}} = \frac{I}{I_{N1}} \quad (1)$$

In tali condizioni di carico le perdite p_1 del trasformatore, pari alla somma delle perdite nel ferro e delle perdite nel rame, valgono:

$$p_1 = p_{01} + \alpha_1^2 \cdot p_{cc1} \quad (2)$$

dove:

- p_{01} = perdite a vuoto (pari alle perdite nel ferro)
- p_{cc1} = perdite in corto circuito (pari alle perdite nel rame a pieno carico)

B) Alimentazione del carico con due trasformatori

Il carico viene ora alimentato oltre che dal trasformatore precedente anche da un secondo trasformatore collegato in parallelo al primo.

Se il carico è rimasto lo stesso, rimane la stessa anche la corrente da esso assorbita. Il valore di tale corrente è pari alla somma vettoriale delle correnti erogate dai due trasformatori. Supponendo che i due trasformatori soddisfino alle condizioni di “parallelo perfetto” (uguale rapporto di trasformazione, uguale tensione di corto circuito, uguale fattore di potenza di corto circuito, appartenenza allo stesso gruppo) le due correnti risultano in fase fra di loro e la loro somma vettoriale viene a coincidere con la somma aritmetica, per cui si può porre:

$$I = I'_1 + I'_2 \quad (3)$$

dove I'_1 e I'_2 sono le correnti erogate rispettivamente dal primo e dal secondo trasformatore.

I due trasformatori, per le supposte condizioni di parallelo perfetto, lavoreranno ad una frazione di carico α_{12} (diversa ovviamente da α_1) che sarà la stessa per entrambi; si avrà cioè:

$$\alpha_{12} = \frac{I'_1}{I_{N1}} = \frac{I'_2}{I_{N2}} \quad (4)$$

In queste condizioni le perdite complessive p_{12} dei due trasformatori valgono:

$$\begin{aligned} p_{12} &= p_{01} + \alpha_{12}^2 \cdot p_{cc1} + p_{02} + \alpha_{12}^2 \cdot p_{cc2} = \\ &= p_{01} + p_{02} + \alpha_{12}^2 \cdot (p_{cc1} + p_{cc2}) \end{aligned} \quad (5)$$

dove, oltre ai termini p_{01} e p_{cc1} precedentemente definiti, si ha:

- p_{02} = perdite a vuoto del secondo trasformatore (pari alle perdite nel ferro)
- p_{cc2} = perdite in corto circuito del secondo trasformatore (pari alle perdite nel rame a pieno carico)

Nell'espressione (5) le perdite p_{12} sono espresse in funzione di α_{12} . Per renderle confrontabili con le perdite p_1 dell'espressione (2) esse vanno espresse in funzione di α_1 . Allo scopo si può operare nel seguente modo.

Dalla relazione (1) si ottiene:

$$I = I_1 = \alpha_1 \cdot I_{N1} = \alpha_1 \cdot \frac{P_{N1}}{\sqrt{3} \cdot V_N}$$

In maniera analoga dalla (4) si ricava:

$$I'_1 = \alpha_{12} \cdot I_{N1} = \alpha_{12} \cdot \frac{P_{N1}}{\sqrt{3} \cdot V_N}$$

e

$$I'_2 = \alpha_{12} \cdot I_{N2} = \alpha_{12} \cdot \frac{P_{N2}}{\sqrt{3} \cdot V_N}$$

Dovendo essere, per la (3), $I = I'_1 + I'_2$, si ottiene:

$$\alpha_1 \cdot \frac{P_{N1}}{\sqrt{3} \cdot V_N} = \alpha_{12} \cdot \frac{P_{N1}}{\sqrt{3} \cdot V_N} + \alpha_{12} \cdot \frac{P_{N2}}{\sqrt{3} \cdot V_N}$$

e quindi:

$$\alpha_{12} = \alpha_1 \cdot \frac{P_{N1}}{P_{N1} + P_{N2}} \quad (6)$$

Sostituendo il valore di α_{12} così ottenuto nella (5), si ha infine:

$$p_{12} = p_{01} + p_{02} + \alpha_1^2 \cdot \left(\frac{P_{N1}}{P_{N1} + P_{N2}} \right)^2 \cdot (p_{cc1} + p_{cc2}) \quad (7)$$

C) Determinazione della condizione di carico per la quale conviene alimentare il carico con due trasformatori anziché con uno solo

Le relazioni (2) e (7) rappresentano le equazioni di due parabole del tipo:

$$p_1 = A + B \cdot \alpha_1^2$$

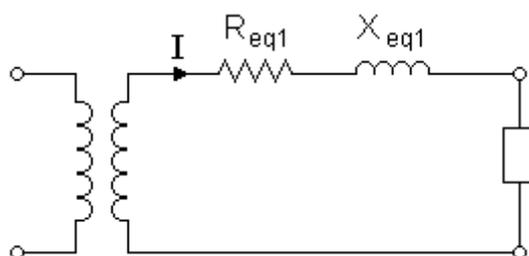
$$p_{12} = C + D \cdot \alpha_1^2$$

I termini A e C (che sono costanti, cioè indipendenti da α_1 e quindi dalla corrente di carico) rappresentano le perdite nel ferro, e precisamente A le perdite nel ferro di un solo trasformatore, C la somma delle perdite nel ferro dei due trasformatori in parallelo: risulta evidentemente $C > A$.

I termini $B\alpha_1^2$ e $D\alpha_1^2$ (che dipendono invece da α_1 e quindi dalle correnti di carico) rappresentano le perdite nel rame, e precisamente $B\alpha_1^2$ le perdite nel rame di un solo trasformatore e $D\alpha_1^2$ la somma delle perdite nel rame dei due trasformatori in parallelo: a parità di α_1 risulta $D < B$ (come verrà di seguito dimostrato).

Considerando infatti i circuiti equivalenti relativi ad un solo trasformatore e ai due trasformatori in parallelo, si ha:

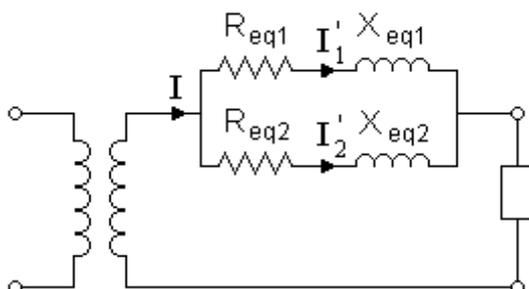
- Con un solo trasformatore



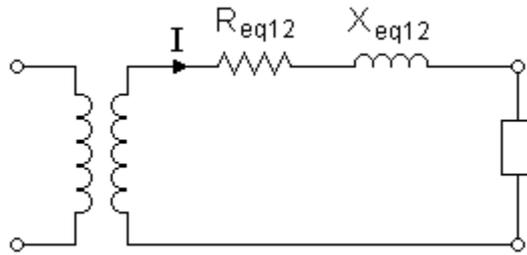
Perdite nel rame:

$$p_{cu1} = 3 \cdot R_{eq1} \cdot I^2$$

- Con due trasformatori in parallelo



e quindi



Perdite nel rame:

$$p_{cu12} = 3 \cdot R_{eq12} \cdot I^2$$

Essendo $R_{eq12} < R_{eq1}$ (il parallelo di due resistenze è sempre minore della più piccola delle due resistenze) risulta, a parità di corrente:

$$p_{cu12} < p_{cu1}$$

e quindi:

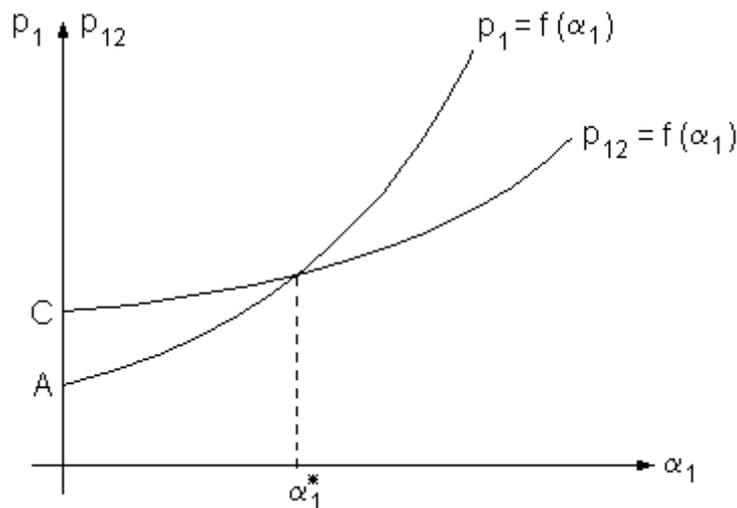
$$D \cdot \alpha_1^2 < B \cdot \alpha_1^2$$

cioè:

$$D < B$$

La conseguenza di ciò è che il termine $D\alpha_1^2$ cresce meno rapidamente di $B\alpha_1^2$.

Se ne deduce quindi che le due parabole si devono intersecare. Il loro andamento, nel piano $\alpha_1 - p$, è riportato nella figura seguente.



Il loro punto d'incontro determina il valore di α_1 (indicato in figura con α_1^*) per il quale si ha $p_1 = p_{12}$, cioè sono uguali le perdite nel singolo trasformatore e quelle nei due trasformatori funzionanti in parallelo. In tale situazione ($\alpha_1 = \alpha_1^*$) è indifferente alimentare il carico con un solo trasformatore o con due trasformatori in parallelo.

Per frazioni di carico inferiori ($\alpha_1 < \alpha_1^*$) è più conveniente alimentare il carico con un solo trasformatore: risulta infatti $p_1 < p_{12}$.

Viceversa, per frazioni di carico superiori ($\alpha_1 > \alpha_1^*$) risulta più conveniente alimentare il carico con due trasformatori in parallelo: risulta infatti $p_{12} < p_1$.

Il valore di α_1 (situazione di indifferenza) si può ricavare analiticamente partendo dalla condizione $p_1 = p_{12}$.

Dalle relazioni (2) e (7) si ha:

$$p_{01} + \alpha_1^2 \cdot p_{cc1} = p_{01} + p_{02} + \alpha_1^2 \cdot \left(\frac{P_{N1}}{P_{N1} + P_{N2}} \right)^2 \cdot (p_{cc1} + p_{cc2})$$

Semplificando e raccogliendo α_1^2 , si ottiene:

$$\alpha_1^2 \cdot \left[p_{cc1} - \left(\frac{P_{N1}}{P_{N1} + P_{N2}} \right)^2 \cdot (p_{cc1} + p_{cc2}) \right] = p_{02}$$

quindi:

$$\alpha_1^2 \cdot \left[\frac{p_{cc1} \cdot (P_{N1}^2 + P_{N2}^2 + 2 \cdot P_{N1} \cdot P_{N2}) - (p_{cc1} + p_{cc2}) \cdot P_{N1}^2}{(P_{N1} + P_{N2})^2} \right] = p_{02}$$

e infine:

$$\alpha_1 = (P_{N1} + P_{N2}) \cdot \sqrt{\frac{p_{02}}{p_{cc1} \cdot P_{N2}^2 + 2 \cdot p_{cc1} \cdot P_{N1} \cdot P_{N2} - p_{cc2} \cdot P_{N1}^2}} \quad (8)$$

Se i due trasformatori in parallelo sono uguali, si ha:

$$P_{N1} = P_{N2} = P_N, \quad p_{01} = p_{02} = p_0, \quad p_{cc1} = p_{cc2} = p_{cc}$$

e la (8) diventa allora:

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{p_0 \cdot (P_N + P_N)^2}{p_{cc} \cdot P_N^2 + 2 \cdot p_{cc} \cdot P_N \cdot P_N - p_{cc} \cdot P_N^2}}$$

e quindi:

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot p_0}{p_{cc}}} \quad (9)$$

Ritornando al caso di due trasformatori diversi, se le perdite dei trasformatori sono espresse in %, si ha:

$$p_{01} = \frac{p_{01}\%}{100} \cdot P_{N1} \quad p_{02} = \frac{p_{02}\%}{100} \cdot P_{N2}$$

$$p_{cc1} = \frac{p_{cc1}\%}{100} \cdot P_{N1} \qquad p_{cc2} = \frac{p_{cc2}\%}{100} \cdot P_{N2}$$

La relazione (8) diventa:

$$\alpha_1 = (P_{N1} + P_{N2}) \cdot \sqrt{\frac{\frac{p_{02}\%}{100} \cdot P_{N2}}{\frac{p_{cc1}\%}{100} \cdot P_{N1} \cdot P_{N2}^2 + 2 \cdot \frac{p_{cc1}\%}{100} \cdot P_{N1} \cdot P_{N1} \cdot P_{N2} - \frac{p_{cc2}\%}{100} \cdot P_{N2} \cdot P_{N1}^2}}$$

e quindi:

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{p_{02}\% \cdot (P_{N1} + P_{N2})^2}{p_{cc1}\% \cdot P_{N1} \cdot P_{N2} + 2 \cdot p_{cc1}\% \cdot P_{N1}^2 - p_{cc2}\% \cdot P_{N1}^2}}$$

Siccome, per le supposte condizioni di parallelo perfetto, risultano uguali le perdite percentuali dei due trasformatori, si può porre:

$$p_{01}\% = p_{02}\% = p_0\% \qquad p_{cc1}\% = p_{cc2}\% = p_{cc}\%$$

Pertanto si ottiene:

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{p_0\% \cdot (P_{N1} + P_{N2})^2}{p_{cc}\% \cdot P_{N1} \cdot (P_{N1} + P_{N2})}}$$

e infine:

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{p_0\%}{p_{cc}\%} \cdot \frac{P_{N1} + P_{N2}}{P_{N1}}} \qquad (10)$$

In maniera analoga a quanto visto in precedenza, se i due trasformatori in parallelo sono uguali ($P_{N1} = P_{N2}$), la (10) diventa:

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot p_0\%}{p_{cc}\%}} \qquad (11)$$

ESEMPIO 1

Trasformatore 1 - $P_{N1} = 250 \text{ KVA}$, $V_N = 400\text{V}$, $p_{01} = 780 \text{ W}$, $p_{cc1} = 3700 \text{ W}$

$$I_{N1} = \frac{P_{N1}}{\sqrt{3} \cdot V_N} = \frac{250.000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 360,8 \text{ A}$$

Trasformatore 2 - $P_{N2} = 400 \text{ KVA}$, $V_N = 400\text{V}$, $p_{02} = 1170 \text{ W}$, $p_{cc2} = 5600 \text{ W}$

$$I_{N2} = \frac{P_{N2}}{\sqrt{3} \cdot V_N} = \frac{400.000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 577,4 \text{ A}$$

Condizione di indifferenza relativa alla situazione in cui il carico è alimentato soltanto dal primo trasformatore [formula (8)]:

$$\alpha_1 = (250 + 400) \cdot \sqrt{\frac{1,170}{3,700 \cdot 400^2 + 2 \cdot 3,700 \cdot 250 \cdot 400 - 5,600 \cdot 250^2}} \approx 0,709$$

Condizione di indifferenza relativa alla situazione in cui il carico è alimentato dai due trasformatori in parallelo [formula (6)]:

$$\alpha_{12} = 0,709 \cdot \frac{250}{250 + 400} \approx 0,273$$

Un solo trasformatore			Due trasformatori in parallelo				
α_1	$I_1 \text{ (A)}$	$p_1 \text{ (W)}$	α_{12}	$I_1 \text{ (A)}$	$I_2 \text{ (A)}$	$I \text{ (A)}$	$p_{12} \text{ (W)}$
0	0	780	0	0	0	0	1950
0,1	36,1	817	0,038	13,9	22,2	36,1	1964
0,2	72,2	928	0,077	27,8	22,4	72,2	2005
0,3	108,3	1113	0,115	41,6	66,6	108,2	2074
0,4	144,3	1372	0,154	55,5	88,8	143,3	2170
0,5	180,4	1705	0,192	69,4	111,0	180,4	2294
0,6	216,5	2112	0,231	83,3	133,2	216,5	2445
0,7	252,6	2593	0,269	97,2	155,4	252,6	2624
0,8	288,7	3148	0,308	111,0	177,6	288,6	2830
0,9	324,8	3777	0,346	124,9	199,9	324,8	3064
1	360,8	4480	0,385	138,8	222,1	360,9	3326

Le correnti corrispondenti alle condizioni di indifferenza risultano:

- Per un solo trasformatore

$$I_1 = \alpha_1 \cdot I_{N1} \approx 0,709 \cdot 360,8 \approx 256\text{A}$$

- Per due trasformatori in parallelo

$$I_1 = \alpha_{12} \cdot I_{N1} \approx 0,273 \cdot 360,8 \approx 98,5\text{A}$$

$$I_2 = \alpha_{12} \cdot I_{N2} \approx 0,273 \cdot 577,4 \approx 157,6A$$

$$I_1 + I_2 = 98,5 + 157,6 \approx 256A$$

Se ne deduce, pertanto, che per correnti inferiori a 256 A è più conveniente alimentare il carico con il solo trasformatore da 250 KVA, mentre per correnti superiori a 256 A risulta più conveniente alimentare il carico con i due trasformatori da 250 e 400 KVA collegati in parallelo.

ESEMPIO 2

Trasformatore 1 = Trasformatore 2

$$P_N = 400 \text{ KVA}, \quad V_N = 400V, \quad p_0 = 1170 \text{ W}, \quad p_{cc} = 5600 \text{ W}$$

$$I_N = I_{N1} = I_{N2} = \frac{P_N}{\sqrt{3} \cdot V_N} = \frac{400 \cdot 1000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 577A$$

Condizione di indifferenza relativa alla situazione in cui il carico è alimentato soltanto dal primo trasformatore [formula (9)]:

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1170}{5600}} \approx 0,646$$

Condizione di indifferenza relativa alla situazione in cui il carico è alimentato dai due trasformatori in parallelo [formula (6)]:

$$\alpha_{12} = 0,646 \cdot \frac{400}{400 + 400} \approx 0,323$$

Un solo trasformatore			Due trasformatori in parallelo			
α_1	I_1 (A)	p_1 (W)	α_{12}	$I_1 = I_2$ (A)	I (A)	p_{12} (W)
0	0	1170	0	0	0	2340
0,1	57,7	1226	0,05	28,9	57,7	2368
0,2	115,5	1394	0,10	57,5	115,5	2452
0,3	173,2	1674	0,15	86,6	173,2	2592
0,4	230,9	2066	0,20	115,5	230,9	2788
0,5	288,7	2570	0,25	144,3	288,7	3040
0,6	346,4	3186	0,30	173,2	346,4	3348
0,7	404,1	3914	0,35	202,1	404,1	3712
0,8	461,9	4754	0,40	230,9	461,9	4132
0,9	519,6	5706	0,45	259,8	519,6	4608
1	577,4	6770	0,50	288,7	577,4	5140

Le correnti corrispondenti alle condizioni di indifferenza risultano:

- Per un solo trasformatore

$$I_1 = \alpha_1 \cdot I_N \approx 0,646 \cdot 577,4 \approx 373A$$

- Per due trasformatori in parallelo

$$I_1 = I_2 = \alpha_{12} \cdot I_N \approx 0,323 \cdot 577,4 \approx 186,5A$$

$$I_1 + I_2 = 2 \cdot 186,5 \approx 373A$$

Se ne deduce, pertanto, che per correnti inferiori a 373 A è più conveniente alimentare il carico con il solo trasformatore da 400 KVA, mentre per correnti superiori a 373 A risulta più conveniente alimentare il carico con i due trasformatori da 400 KVA collegati in parallelo.