# CONDUTTORI
# TEMPERATURA E PORTATA

Il riscaldamento di un conduttore è causato dalla corrente che lo percorre. Non è però questo il solo elemento che determina la sua temperatura di funzionamento; essa dipende anche da altri fattori, che sono:

- Condizioni ambientali (temperatura ambiente)
- Caratteristiche d'impiego (tipo di posa)
- Caratteristiche del conduttore (nudo o isolato, forma della sezione).

La temperatura (specialmente se il conduttore è isolato) non può oltrepassare determinati limiti; di conseguenza la corrente che lo percorre dovrà rimanere al di sotto di determinati valori.

Da ciò discende il concetto di "portata di un conduttore", intesa come quel valore massimo di corrente che, in specificate condizioni, può percorrere un conduttore senza che venga superato il limite massimo di temperatura consentito.

Il legame fra temperatura (o meglio ancora fra sovratemperatura, prescindendo così dalla temperatura ambiente) e corrente di un conduttore può essere ricavato analizzando il suo bilancio termico, prendendo in considerazione il *calore prodotto* e il *calore ceduto*.

A regime, cioè a equilibrio termico raggiunto, tutto il calore prodotto nel conduttore per effetto Joule a causa del passaggio della corrente viene ceduto all'ambiente.

Il **calore prodotto** ($Q_p$) dalla corrente $I$ in un certo intervallo di tempo $t$ vale:

$$Q_p = R \cdot I^2 \cdot t = \rho \cdot \frac{l}{S} \cdot I^2 \cdot t$$

dove:

- $\rho$ = resistività del materiale con cui è fatto il conduttore
- $l$ = lunghezza del conduttore
- $S$ = sezione del conduttore.

Il **calore ceduto** ($Q_c$) all'ambiente nello stesso intervallo di tempo $t$ risulta:

$$Q_c = K \cdot A \cdot \Delta\vartheta \cdot t = K \cdot p \cdot l \cdot \Delta\vartheta \cdot t$$

dove:

- $K$ = coefficiente di trasmissione del calore
- $A$ = superficie laterale del conduttore (superficie dalla quale avviene il passaggio del calore dal conduttore all'ambiente) pari al prodotto del perimetro della sezione e della lunghezza
- $\Delta\vartheta$ = sovratemperatura del conduttore rispetto all'ambiente.

Dovendo essere (come già ricordato) $Q_c = Q_p$ , si ha:

$$\rho \cdot \frac{l}{S} \cdot I^2 \cdot t = K \cdot p \cdot l \cdot \Delta\vartheta \cdot t$$

Da questa relazione si può ricavare, a seconda dei casi:

– La sovratemperatura:

$$\Delta\vartheta = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot p \cdot S} \tag{1}$$

– La corrente:

$$I = \sqrt{\frac{K \cdot p \cdot S \cdot \Delta\vartheta}{\rho}} \tag{2}$$

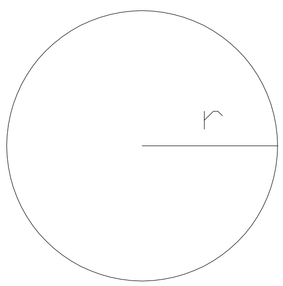
♦ **SOVRATEMPERATURA**

La sovratemperatura come risulta dalla relazione (1) è direttamente proporzionale alla resistività $\rho$, al quadrato della corrente $I$ e inversamente proporzionale al coefficiente di trasmissione del calore $K$, alla sezione del conduttore $S$ e al suo perimetro $p$.

Ciò vuol dire che a parità di $\rho$, di $I$, di $K$ e di $S$ essa dipende anche dalla *forma* della sezione del conduttore.

Alcuni esempi riguardanti conduttori aventi uguale sezione $S$ ma di forma diversa possono aiutare a comprendere meglio questo concetto.

**1. Conduttore di forma circolare**

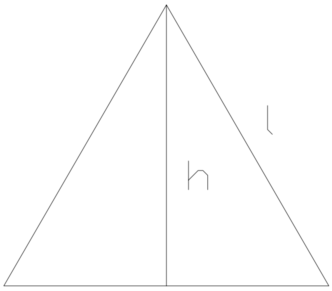



$$S = \pi \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

$$p = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{S}$$

$$\Delta\vartheta_1 = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{S} \cdot S} = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{S^3}}$$

## 2. Conduttore di forma triangolare (triangolo equilatero)




$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot l$$

$$S = \frac{l \cdot h}{2} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot l = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot l^2$$

$$l = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{S} = \frac{2}{\sqrt[4]{3}} \cdot \sqrt{S}$$

$$p = 3 \cdot l = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt[4]{3}} \cdot \sqrt{S} = 2 \cdot \sqrt[4]{27} \cdot \sqrt{S}$$

$$\Delta\vartheta_2 = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{27} \cdot \sqrt{S} \cdot S} = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{27} \cdot \sqrt{S^3}}$$

Confrontando la sovratemperatura di questo conduttore con quella del conduttore di forma circolare, si ha:

$$\frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{27} \cdot \sqrt{S^3}} \cdot \frac{k \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{S^3}}{\rho \cdot I^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt[4]{24}}$$

da cui:

$$\Delta\vartheta_2 = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt[4]{27}} \cdot \Delta\vartheta_1 = 0{,}778 \cdot \Delta\vartheta_1$$

## 3. Conduttore di forma quadrata


$$S = l^2 \quad \rightarrow \quad l = \sqrt{S}$$

$$p = 4 \cdot l = 4 \cdot \sqrt{S}$$

$$\Delta\vartheta_3 = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot 4 \cdot \sqrt{S} \cdot S} = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot 4 \cdot \sqrt{S^3}}$$

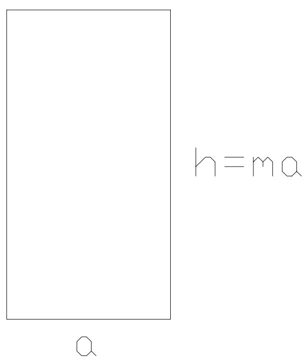
Confrontando la sovratemperatura di questo conduttore con quella del conduttore di forma circolare, si ha:

$$\frac{\Delta\vartheta_3}{\Delta\vartheta_1} = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot 4 \cdot \sqrt{S^3}} \cdot \frac{k \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{S^3}}{\rho \cdot I^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

da cui:

$$\Delta\vartheta_3 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \Delta\vartheta_1 = 0{,}886 \cdot \Delta\vartheta_1$$

**4. Conduttore di forma rettangolare**




$$h = m \cdot a$$

$$S = a \cdot h = m \cdot a^2 \quad \rightarrow \quad a = \sqrt{\frac{S}{m}}$$

$$p = 2 \cdot (a + h) = 2 \cdot a \cdot (1 + m) = 2 \cdot \sqrt{\frac{S}{m}} \cdot (1 + m) = \frac{2 \cdot (1 + m)}{\sqrt{m}} \cdot \sqrt{S}$$

$$\Delta\vartheta_4 = \frac{\rho I^2}{K \cdot \frac{2 \cdot (1 + m)}{\sqrt{m}} \cdot \sqrt{S} \cdot S} = \frac{\rho I^2}{K \cdot \frac{2 \cdot (1 + m)}{\sqrt{m}} \cdot \sqrt{S^3}}$$

Confrontando la sovratemperatura di questo conduttore con quella del conduttore di forma circolare, si ha:

$$\frac{\Delta\vartheta_4}{\Delta\vartheta_1} = \frac{\rho I^2}{K \cdot \frac{2 \cdot (1 + m)}{\sqrt{m}} \cdot \sqrt{S^3}} \cdot \frac{k \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{S^3}}{\rho \cdot I^2} = \frac{\sqrt{m \cdot \pi}}{1 + m}$$

da cui:

$$\Delta\vartheta_4 = \frac{\sqrt{m \cdot \pi}}{1 + m} \cdot \Delta\vartheta_1$$

A seconda dei valori che assume $m$ si ottengono le seguenti sovratemperature $\Delta\vartheta_4$ rispetto a $\Delta\vartheta_1$ :

| m | 1 | 2 | 3 | …. | 5 | …. | 10 | …. | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta\vartheta_4/\Delta\vartheta_1$ | 0,886 | 0,836 | 0,767 | …. | 0,661 | …. | 0,510 | …. | 0,377 |

Gli esempi precedenti dimostrano che la sovratemperatura di un conduttore, a parità di tutte le altre condizioni (precedentemente stabilite) tende tanto più a diminuire quanto più la forma della sua sezione si allontana da quella circolare. Ciò è dovuto al fatto che, a parità di sezione, il perimetro è tanto più grande quanto più la forma della sezione si allontana da quella circolare (forma a cui corrisponde il perimetro minimo).

- **CORRENTE**

In maniera analoga, dalla relazione (2), si possono ricavare le correnti per le diverse forme di sezione.

In questo caso le relazioni vengono ricavate a parità di sovratemperatura.

**1. Conduttore di forma circolare**

$$I_1 = \sqrt{\frac{K \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{S^3} \cdot \Delta\vartheta}{\rho}}$$

**2. Conduttore di forma triangolare (triangolo equilatero)**

$$I_2 = \sqrt{\frac{K \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{27}\sqrt{S^3} \cdot \Delta\vartheta}{\rho}}$$

Confrontando la corrente di questo conduttore con quella del conduttore di forma circolare, si ha:

$$\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{K \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{27}\sqrt{S^3} \cdot \Delta\vartheta}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{K \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{S^3} \cdot \Delta\vartheta}} = \sqrt{\sqrt[4]{27}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sqrt{\pi}}} = \sqrt[8]{\frac{27}{\pi^2}}$$

e quindi:

$$I_2 = \sqrt[8]{\frac{27}{\pi^2}} \cdot I_1 = 1{,}134 \cdot I_1$$

**3. Conduttore di forma quadrata**

$$I_3 = \sqrt{\frac{K \cdot 4 \cdot \sqrt{S^3} \cdot \Delta\vartheta}{\rho}}$$

Confrontando la corrente di questo conduttore con quella del conduttore di forma circolare, si ha:

$$\frac{I_3}{I_1} = \sqrt{\frac{K \cdot 4 \cdot \sqrt{S^3} \cdot \Delta\vartheta}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{K \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{S^3} \cdot \Delta\vartheta}} = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{\pi}}} = \sqrt[4]{\frac{4}{\pi}}$$

e quindi:

$$I_3 = \sqrt[4]{\frac{4}{\pi}} \cdot I_1 = 1{,}062 \cdot I_1$$

**4. Conduttore di forma rettangolare**

$$I_4 = \sqrt{\frac{K \cdot \frac{2 \cdot (1+m)}{\sqrt{m}} \cdot \sqrt{S3} \cdot \Delta\vartheta}{\rho}}$$

Dal confronto di questa corrente di questo con quella del conduttore di forma circolare, si ha:

$$\frac{I_4}{I_1} = \sqrt{\frac{K \cdot \frac{2 \cdot (1+m)}{\sqrt{m}} \cdot \sqrt{S3} \cdot \Delta\vartheta}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{K \cdot 2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{S^3} \cdot \Delta\vartheta}} = \sqrt{\frac{1+m}{\sqrt{m} \cdot \sqrt{\pi}}} = \sqrt[4]{\frac{(1+m)^2}{m \cdot \pi}}$$

da cui:

$$I_4 = \sqrt[4]{\frac{(1+m)^2}{m \cdot \pi}} \cdot I_1$$

A seconda dei valori assegnati a $m$ si ottengono i seguenti valori di $I_4$ rispetto a $I_1$ :

| m | 1 | 2 | 3 | …. | 5 | …. | 10 | …. | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $I_4/I_1$ | 1,062 | 1,094 | 1,141 | …. | 1,230 | …. | 1,401 | …. | 1,628 |

La conclusione che si può trarre dagli esempi precedenti è che la corrente (e quindi la portata) di un conduttore tende tanto più ad aumentare quanto più la forma della sezione si allontana da quella circolare. Ciò è dovuto al fatto che il perimetro e quindi la superficie laterale del conduttore (attraverso la quale viene ceduto il calore all’ambiente) è, a parità di sezione, tanto più grande quanto più la forma della sezione si allontana da quella circolare.

Nella pratica si tiene conto di questo fatto proprio quando, in presenza di correnti di forte intensità, si adottano conduttori di forma rettangolare con una dimensione molto più grande dell’altra.

## ♦ LEGGE DELLA PORTATA

Si consideri una serie di conduttori dello stesso materiale, aventi tutti la stessa forma della sezione e funzionanti nelle stesse condizioni ambientali e con la stessa sovratemperatura.

Dalla relazione (2), tenendo presente che il perimetro è proporzionale alla radice quadrata della sezione, cioè:

$$p = \alpha \cdot \sqrt{S}$$

si ottiene:

$$I = \sqrt{\frac{K \cdot \alpha \cdot \sqrt{S} \cdot S \cdot \Delta\vartheta}{\rho}} = \sqrt{\frac{K \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta}{\rho}} \cdot \sqrt[4]{S^3}$$

Siccome, per quanto detto all'inizio, la quantità sotto radice quadrata rimane costante, cioè:

$$\sqrt{\frac{K \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta}{\rho}} = \text{costante} = a$$

si ha:

$$I = a \cdot S^{0,75}$$

In particolare, se la sovratemperatura $\Delta\vartheta$ è quella massima consentita, allora anche la I rappresenta la massima corrente che può circolare nel conduttore, cioè la sua "*portata*".

Dalla relazione precedente risulta che la portata dipende sì dalla sezione, ma non in maniera proporzionale; più precisamente, la portata aumenta meno della sezione. Per esempio ad una sezione doppia non corrisponde una portata doppia, ma solo pari a circa 1,7 volte.

Ciò è dovuto al fatto che, all'aumentare della sezione, il perimetro (e quindi la superficie laterale del conduttore attraverso cui avviene lo scambio di calore con l'ambiente) aumenta meno della sezione stessa.

La costante "a" che appare nella legge della portata ha un significato fisico ben preciso: rappresenta la portata del conduttore di sezione unitaria. Indicata con $I_1$ tale portata, si ha infatti:

$$I_1 = a \cdot 1^{0,75} = a$$

La legge della portata può allora essere scritta nella forma:

$$I_z = I_1 \cdot S^{0,75}$$

Nota: Con il termine "$I_z$" si indica appunto la portata. Tale modo di indicarla è ormai unanimemente accettato da tutti.

Con la relazione precedente, nota la portata del conduttore di sezione unitaria $I_1$, si può calcolare la portata di qualunque altro conduttore di cui sia nota la sezione S.

## ♦ LEGGE DELLA PORTATA DEI CAVI

Anche per i cavi vale una legge della portata analoga a quella vista in precedenza (valida per i conduttori nudi):

$$I_z = a \cdot S^b$$

Anche in questo caso "a" è la portata del cavo di sezione unitaria.

Il valore dell'esponente "b" invece cambia: mentre per i conduttori nudi (come visto) vale 0,75, per i cavi (con posa in aria) si può assumere con buona approssimazione 0,625. Il valore inferiore è dovuto al fatto che il rivestimento isolante dei cavi rappresenta un ostacolo alla trasmissione del calore verso l'ambiente circostante: ciò determina, a parità di sezione, una riduzione della portata dei cavi rispetto a quella dei conduttori nudi.

La "legge della portata" dei cavi è espressa pertanto dalla seguente relazione:

$$I_z = a \cdot S^{0,625}$$

## ♦ VARIAZIONE DELLA PORTATA DEI CAVI AL VARIARE DELLE TEMPERATURA AMBIENTE

Dalla relazione (2) risulta che la portata di un cavo dipende, a parità di tutti gli altri elementi, dalla sovratemperatura, cioè dalla differenza fra la temperatura di funzionamento $\vartheta$ e la temperatura ambiente $\vartheta_a$ .

Mentre la temperatura di funzionamento non può oltrepassare determinati limiti (dipendenti dal tipo di rivestimento isolante), la temperatura ambiente può assumere qualunque valore (legato alle condizioni ambientali in cui il cavo si trova a funzionare). Per ogni tipo di cavo la temperatura massima di funzionamento $\vartheta_M$ è un dato noto: ne discende allora che la sua portata dipende dalla temperatura ambiente. Quando nella definizione di portata si fa riferimento alle "... specificate condizioni..." si intende appunto che il valore della portata assegnato ad ogni cavo è riferito ad una determinata temperatura ambiente. Per i cavi posati in aria il valore della temperatura ambiente di riferimento $\vartheta_{ar}$ è 30°C.

Pertanto, se la temperatura ambiente assume un valore diverso da quello di riferimento, la portata del cavo cambia. Si vuole ora ricavare la relazione che lega la portata di un cavo ad una temperatura ambiente generica.

Se la temperatura ambiente è quella di riferimento $\vartheta_{ar}$ , dalla (2) si ricava che la portata del cavo è espressa dalla relazione:

$$I_z = \sqrt{\frac{K \cdot \alpha \cdot \sqrt{S^3} \cdot (\vartheta_M - \vartheta_{ar})}{\rho}}$$

La portata dello stesso cavo con una temperatura ambiente $\vartheta_a$ generica risulta:

$$I'_z = \sqrt{\frac{K \cdot \alpha \cdot \sqrt{S^3} \cdot (\vartheta_M - \vartheta_a)}{\rho}}$$

Dal confronto fra le due relazioni (per esempio dividendo membro a membro) si ottiene:

$$\frac{I'_z}{I_z} = \sqrt{\frac{K \cdot \alpha \cdot \sqrt{S^3} \cdot (\vartheta_M - \vartheta_a)}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{K \cdot \alpha \cdot \sqrt{S^3} \cdot (\vartheta_M - \vartheta_{ar})}} = \sqrt{\frac{\vartheta_M - \vartheta_a}{\vartheta_M - \vartheta_{ar}}}$$

e quindi:

$$I'_z = I_z \cdot \sqrt{\frac{\vartheta_M - \vartheta_a}{\vartheta_M - \vartheta_{ar}}}$$

<u>ESEMPIO</u>

Assumendo $\vartheta_M$ = 70°C (cavi in PVC) e $\vartheta_{ar}$ = 30°C, si ottengono i seguenti valori delle portate ai alle differenti temperature ambiente:

| $\vartheta_a$ | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $I'_z/I_z$ | 1,17 | 1,12 | 1,06 | 1 | 0,92 | 0,87 | 0,79 | 0,71 | 0,61 |

♦ **TEMPERATURA DI FUNZIONAMENTO DI UN CAVO**

Se la corrente che percorre un cavo è pari alla portata $I_z$ e la temperatura ambiente è quella di riferimento $\vartheta_{ar}$ , la temperatura che esso assume è quella massima $\vartheta_M$ .

Se cambia la corrente o la temperatura ambiente (o entrambe) anche la sua temperatura di funzionamento $\vartheta$ cambia.

Con una corrente I generica, diversa dalla portata, e con una temperatura ambiente generica $\vartheta_a$ (diversa da quella di riferimento $\vartheta_{ar}$ ), si ha dalla (1), essendo $\vartheta$ la temperatura di funzionamento:

$$\vartheta - \vartheta_a = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot \alpha \cdot \sqrt{S^3}}$$

Con una corrente pari alla portata $I_z$ e con una temperatura ambiente pari a quella di riferimento $\vartheta_{ar}$ , si ha sempre dalla (1), essendo $\vartheta_M$ la massima temperatura di funzionamento consentita:

$$\vartheta_M - \vartheta_{ar} = \frac{\rho \cdot {I_z}^2}{K \cdot \alpha \cdot \sqrt{S^3}}$$

Dal confronto fra le due relazioni (per esempio dividendo membro a membro), si ottiene:

$$\frac{\vartheta - \vartheta_a}{\vartheta_M - \vartheta_{ar}} = \frac{\rho \cdot I^2}{K \cdot \alpha \cdot \sqrt{S^3}} \cdot \frac{K \cdot \alpha \cdot \sqrt{S^3}}{\rho \cdot {I_z}^2}$$

da cui:

$$\frac{\vartheta - \vartheta_a}{\vartheta_M - \vartheta_{ar}} = \frac{I^2}{{I_z}^2}$$

e quindi:

$$\vartheta = \vartheta_a + (\vartheta_M - \vartheta_{ar}) \cdot \left(\frac{I}{Iz}\right)^2$$

<u>ESEMPI</u>

1. Per un cavo in PVC ($\vartheta_M$ = 70°C) con portata $I_z$ = 70 A (alla temperatura di riferimento $\vartheta_{ar}$ = 30°C), percorso da una corrente I = 80 A con una temperatura ambiente $\vartheta_a$ = 30°C, si ha:

$$\vartheta = 30 + (70 - 30) \cdot \left(\frac{80}{70}\right)^2 \approx 82°C$$

2. Per lo stesso cavo percorso da una corrente I = 70 A con una temperatura ambiente $\vartheta_a$ = 20°C, si ha:

$$\vartheta = 20 + (70 - 30) \cdot \left(\frac{70}{70}\right)^2 \approx 60°C$$

3. Ancora per lo stesso cavo con corrente I = 60 A e temperatura ambiente $\vartheta_a$ = 40°C, si ha:

$$\vartheta = 40 + (70 - 30) \cdot \left(\frac{60}{70}\right)^2 \approx 69°C$$